|  |  |
| --- | --- |
|  | D:\Dokumen Mocher\desktop\logo UMB.jpg |
|  | **MODUL PERKULIAHAN** |
|  |  |
|  | **Proposisi dan Kuantor**   * Proposisi * Negasi Proposisi * KUANTOR |
|  |  |
|  |  |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  | |  |  |  | |  | |  |
|  | **Fakultas** | | **Program Studi** | **Tatap Muka** | **Kode MK** | | **Disusun Oleh** | |  |
|  | Ilmu Komputer | | Sistem Informasi | **05** | **87004** | | Drs. Sapto Prayogo. M.Kom | |  |
| **Abstract** | | | | **Kompetensi** | |
|  | | | |  | |
| Kata merupakan rangkaian huruf yang mengandung arti, sedangkan kalimat adalah kumpulan kata yang disusun menurut aturan tata bahasa dan mengandung arti. Ilmu logika lebih mengarah kepada bentuk kalimat (sintaks) dari pada arti kalimat itu sendiri (sematik). | | | | Mahasiswa mampu memahami dan membedakan bentuk-bentuk proposisi dan kuantor. | |

**Proposisi dan Kuantor**

1. **Proposisi**

Ilmu logika berhubungan dengan kalimat-kalimat (argumen). Dengan menggunakan aturan-aturan tertentu maka pernyataan yang terdiri dari argumen-argumen bisa bernilai benar atau salah. Ilmu logika lebih mengarah kepada bentuk kalimat (sintaks) dari pada arti kalimat itu sendiri (sematik).

1. Proposisi

Kata merupakan rangkaian huruf yang mengandung arti, sedangkan kalimat adalah kumpulan kata yang disusun menurut aturan tata bahasa dan mengandung arti. Di dalam matematika tidak semua pernyataan yang bernilai benar atau salah saja yang digunakan dalam penalaran. Pernyataan disebut juga kalimat deklaratif yaitu kalimat yang bersifat menerangkan dan disebut juga proposisi. Pernyataan/ Kalimat Deklaratif/ Proposisi adalah kalimat yang bernilai benar atau salah tetapi tidak keduanya

Berikut adalah beberapa contoh proposisi:

* 4 + 1 = 5
* 9 adalah bilangan prima
* Jakarta adalah ibukota negara Indonesia.

Kalimat-kalimat diatas adalah proposisi karena dapat diketahui nilai kebenaranya. Kalimat (a) dan (c) bernilai benar, sedangkan kalimat (b) bernilai salah.

Contoh berikut ini adalah kalimat-kalimat yang bukan merupakan proposisi:

a. Dimana letak pulau Bali?

b. x + y = 2

c. Siapa namamu?

d. x > 5

Tetapi pernyataan berikut ini

“Untuk sembarang bilangan bulat n ≥ 0, maka 2n adalah bilangan genap.”

dan “x + y = y + x untuk setiap x dan y bilangan riil”

adalah proposisi, karena pernyataan pertama adalah cara lain untuk menyatakanbilangan genap dan pernyataan kedua waalaupun tidak menyebutkan nilai x dan y, tetapi pernyataan tersebut benar untuk nilai x dan y berapapun. Proposisi biasanya dilambangkan dengan huruf kecil seperti p,q,r, . . .

Misalnya,

p : 6 adalah bilangan genap.

q : 2 + 3 = 7

r : 2 < 5

1. Kalkulus Proposisi

Kalkulus proposisi merupakan metoda komputasi untuk menentukan apakah proposisi/kalimat yang ditinjau nilai benar/salah (true/false). Dengan demikian pada kalkulus proposri yang dipelajari adalah bagaimana menentukan nilai kebenaran suatu kalimat (True/False).

Satu atau lebih proposisi dapat dikombinasikan untuk menghasilkan proposisi

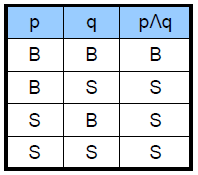
baru. Operator yang digunakan untuk mengkombinasikan proposisi disebut

operator logika. Operator logika dasar yang digunakan adalah dan (and), atau

(or), dan tidak (not). Proposisi baru yang diperoleh dari pengkombinasian tersebut dinamakan proposisi majemuk (compound proposition). Dalam logika,dikenal 5 buah operator berikut ini.

1. Konjungsi

Konjungsi merupakan operator pada kalkulus proporsi dengan lambang ˄. Operator ini milili tabel kebenaran seperti berikut ini.



Contoh :

Diketahui proposisi berikut ini:

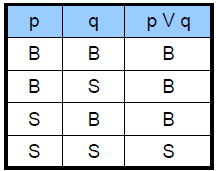
p : Langit mendung

q : Adi membawa jas hujan.

p ˄ q : Langit mendung dan Adi membawa jas hujan.

1. Disjungsi

Disjungsi merupakan operator pada kalkulus proporsi dengan lambang ˅. Operator ini milili tabel kebenaran seperti berikut ini.



Kalimatdisjungsidapatmempunyai 2 artiyaitu :

* 1. Inklusif OR

Yaitujika “p benar atau q benar atau keduanya true”

Contoh :

p : 7 adalah bilangan prima

q : 7 adalah bilangan ganjil

p ∨ q : 7 adalah bilangan prima atau ganjil

Benar bahwa 7 bisa dikatakan bilangan prima sekaligus bilangan ganjil.

* 1. Eklusife OR

Yaitu jika “p benaratau q benar tetapi tidak keduanya”.

Contoh :

p :Saya akan melihat pertandingan bola di TV.

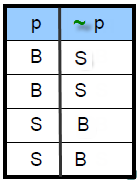
q :Saya akan melihat pertandingan bola di lapangan.

p∨ q : Saya akan melihat pertandingan bola di TV ataulapangan.

Hanya salah satu dari 2 kalimat penyusunnya yang boleh bernilai benaryaitujika “Saya akan melihat pertandingan sepak bola di TV saja atau di lapangan saja tetapi tidak keduanya.

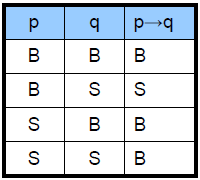
1. Negasi

Negasi merupakan operator pada kalkulus proporsi dengan lambang **~**atau**¬**. Operator ini milili tabel kebenaran seperti berikut ini.



1. Implikasi

Implikasi merupakan operator pada kalkulus proporsi dengan lambang **˅**. Operator ini milili tabel kebenaran seperti berikut ini.



Misalkanada 2 pernyataan p dan q, untukmenunjukkanatau membuktikanbahwajika p bernilaibenarakanmenjadikan q bernilaibenarjuga, diletakkan kata “JIKA” sebelum pernyataan pertama lalu diletakkan kata “MAKA” sebelum pernyataan keduasehingga didapatkan suatu pernyataan majemuk yang disebut dengan Implikasi /Pernyataan bersayarat dinotasikan dengan simbol “**⇒**”.

Notasi p⇒q dapat dibaca :

1. Jika p maka q
2. q jika p
3. p adalahsyaratcukupuntuk q
4. q adalahsyaratperluuntuk p

Contoh :

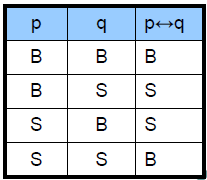
p : Pak Budiadalahseorang pemilik usaha pertambakan.

q : Pak Budi adalahseorangwiraswasta.

p⇒ q : Jika Pak Budi adalahpemilikusahapertambakan.makapastilahdiaseorangwiraswasta

1. bi-implikasi

bi-implikasi merupakan operator pada kalkulus proporsi dengan lambang. Operator ini milili tabel kebenaran seperti berikut ini.



Biimplikasiataubikondosionaladalahpernyataanmajemukdariduapernyataan p dan q yang dinyatakandengannotasi “p ⇔ q” yang bernilaisamadengan (p ⇒q) ∧ (q ⇒ p) sehinggadapatdibaca “ p jikadanhanyajika q” atau “p biladanhanyabila q”. Biimplikasi 2 pernytaanhanyaakanbernilaibenarjikaimplikasikeduakalimatpenyusunnyasama-samabernilaiibenar.

Contoh :

p :Duagarissalingberpotonganadalahtegaklurus.

q :Duagarissalingmembentuksudut 90 derajat.

p⇔ q : Duagarissalingberpotonganadalahtegaklurusjikadanhanyajikadanhanyajikaduagarissalingmembentuksudut 90 derajat.

1. **Negasi Proposisi**

Misal proposisi “Pak Saman makan nasi dan minum es teh manis.”. Suatu konjumgsi akan bernilai benar jika kedua kalimat penyusunnya yaitu p dan q bernilai benar, sedangkan negasi adalah pernyataan yang bernilai salah jika pernyataan awalnya bernilai benar dan bernilai benar jika pernyataan awalnya bernilai salah.

Oleh karena itu negasi dari: “Pak Saman makan nasi dan minum es teh manis” adalah suatu pernyataan majemuk lain yang salah satu komponennya merupakan negasi dari komponen pernyataan awalnya. Jadi negasinya adalah: “Pak Saman tidak makan nasi dan tidak minum es teh manis”.

Disini berlaku hukum De Morgan yaitu : ¬(p∧q) ekuivalen dengan ¬p∨¬q

* Negasi Disjungsi

Contoh : “Pak Saman makan nasi dan minum es teh manis”

Suatu disjungsi akan bernilai salah hanya jika kedua komponen penyusunnya bernilai salah., selain itu benar. Oleh karena itu negasi dari kalimat diatas adalah : “ Tidak benar bahwa Pak Saman makan nasi dan minum es teh manis” atau dapat juga dikatakan “Pak Saman tidak makan nasi dan tidak minum es teh manis. Disini berlaku hukum De Morgan yaitu : **¬(p∨q) ≡¬p∧¬q**

* Negasi Implikasi

Misal proposisi “Jika hari hujan maka Pak Saman membawa payung”.

Untuk memperoleh negasi dari pernyataan diatas, kita dapat mengubah bentuknya ke dalam bentuk disjungsi kemudian dinegasikan, yaitu :

**p⇒ q ≡¬p∨q**

Maka negasinya

**¬( p⇒ q) ≡¬(¬p∨q) ≡ p∧¬q**

* Negasi biImplikasi

Biimplikasi atau bikondisional adalah pernyataan majemuk dari dua pernyataaan p dan q yang dinotasikan dengan **p ⇔ q ≡ (p ⇒ q) ∧ (q ⇒ p)** sehingga : ¬(p ⇔ q) ≡¬ [(p ⇒ q) ∧ (q ⇒ p)]

≡¬ [(¬p∨q ) ∧ (¬q∨p)]

≡¬ (¬p∨q ) ∨¬(¬q∨p)

**¬(p ⇔ q) ≡ (p∧¬q ) ∨ (q∧¬p)**

1. Kuantor
2. Kuantor Universal

Kuantor universal menunjukkan bahwa setiap objek dalam semestanya mempunyai sifat kalimat yang menyatakannya. Kita dapat meletakkan kata-kata “Untuk semua/setiap x” di depan kalimat terbuka yang mengandung variabel x untuk menghasilkan kalimat yang mempunyai suatu nilai kebenaran. Nilai x ditentukan berdasarkan semesta pembicaraannya. Kuantor universal disimbolkan dengan “∀”. Kuantor universal mengindikasikan bahwa sesuatu bernilai benar untuk semua individual-individualnya.

Misal kalimat : “Semua gajah mempunyai belalai” , maka jika predikat “mempunyai belalai” diganti dengan simbol B maka dapat ditulis :

G(x) ⇒ B(x),

dibaca “Jika x adalah gajah, maka x mempunyai belalai”. Tetapi kalimat di atas belum berupa kalimat berkuantor karena kalimat diatas belum memuat kata “semua”. Untuk itu perlu ditambahkan simbul kuantor universal sehingga menjadi

(∀x)(G(x) ⇒ B(x))

jadi sekarang dapat dibaca ” Untuk semua x, jika x adalah gajah, maka x mempunyai belalai”.

Pernyataan-pernyataan yang berisi kata ”semua”, ”setiap”, atau kata lain yang sama artinya, mengindikasikan adanya pengkuantifikasian secara universal,maka dipakai kuantor universal.

Misalnya jika diketahui pernyataan logika, ”Setiap mahasiswa harus belajar dari buku teks”, jika ingin ditulis dalam logika predikat, maka ditentukan misal B untuk “ harus belajar dari buku teks”, sehingga jika ditulis B(x), berarti “x harus belajar dari buku teks”. Kata “Setiap mahasiswa” mengindikasikan bernilai benar untuk setiap x, maka penulisan yang lengkap adalah:

(∀x) Bx

dibaca “Untuk setiap x, x harus belajar dari buku teks”.Akan tetapi notasi diatas belum sempurna karena x belum menunjuk mahasiswa, maka harus lebih ditegaskan dan sebaiknya ditulis :

(∀x)(M(x) ⇒ B(x)),

dibaca “Untuk setiap x, jika x mahasiswa, maka x harus belajar dari buku teks”.

Langkah untuk melakukan pengkuantoran universal:

1. Carilah lingkup (scope) dari kuantor universalnya, yaitu “Jika x adalah mahasiswa, maka x harus rajin belajar”. Selanjutnya akan ditulis: mahasiswa(x) ⇒ harus rajin belajar(x).
2. Berilah kuantor universal di depannya (∀x)(mahasiswa(x) ⇒ harus rajin belajar(x)). Kemudian ubah menjadi suatu fungsi (Ax)(M(x) ⇒ B(x))

Contoh :

Jika diketahui persamaan x+3>10, dengan x adalah himpunan bilangan bulat positif A > 5 . Tentukan nilai kebenaran (∀x∈A) x+3>10. Untuk menentukan nilai kebenarannya, maka harus dicek satu persatu.

A={1,2,3,4}. Jika kuantor universal, maka untuk semua nilai A yang dimasukkan harus memenuhi persamaan yaitu x+3>10

Untuk A=1, maka 1+3>10 ≡ 4>10 Memenuhi

A=2, maka 2+3>10 ≡ 5>10 Memenuhi

A=3, maka 3+3>10 ≡ 6>10 Memenuhi

A=4, maka 4+3>10 ≡ 7>10 Memenuhi

Karena semua himpunan A memenuhi, maka (∀x) x+3>10 bernilai benar. Tapi jika ada satu saja nilai A yang tidak memenuhi, misalnya dimasukkan A=8, sehingga 8+3>10 ≡ 11>10, dimana hasilnya salah maka (∀x) x+3>10 bernilai salah. Nilai x yang menyebabkan suatu kuantor bernilai salah disebut dengan contoh penyangkal atau counter example.

1. Kuantor Eksistensial (Existensial Quantifier)

Kuantor eksistensial menunjukkan bahwa diantara objek-objek (term–term) dalam semestanya, paling sedikit ada ada satu term/objek yang memenuhi sifat kalimat yang menyatakannya. Ada beberapa kata yang dapat digunkana misal “Terdapat…..”, “Beberapa x bersifat…..”, “Ada……”, “Paling sedikit ada satu x………” di depan kalimat terbuka yang mengandung variabel x. Kuantor eksistensial disimbolkan dengan ”∃”. Kuantor eksistensial mengindikasikan bahwa sesuatu kadang-kadang bernilai benar untuk individu-individualnya, misal ” Ada pelajar yang memperoleh beasiswa berprestasi ”.

Cara menentukan kuantor Eksistensial

1. Carilah scope dari kuantor-kuantor eksistensialnya.

“Ada x yang adalah pelajar, dan x memperoleh beasiswa berprestasi “.

Selanjutnya akan ditulis :

Pelajar(x) ∧ memperoleh beasiswa berprestasi (x)

1. Berilah kuantor eksisitensial di depannya

(∃x) (Pelajar(x)∧ memperoleh beasiswa berprestasi(x))

Ubahlah menjadi suatu fungsi.

(∃x)(P(x) ∧ B(x))

Contoh :

“Beberapa orang rajin beribadah”.

Jika ditulis dengan menggunakan logika predikat, maka:

”Ada x yang adalah orang, dan x rajin beribadah”.

(∃x)(Orang(x) ∧ rajin beribadah(x))

(∃x)(O(x) ∧ I(x))

Contoh :

“Ada binatang yang tidak mempunyai kaki”.

“Terdapat x yang adalah binatang, dan x tidak mempunyai kaki”.

(∃x)(binatang(x) ∧ tidak mempunyai kaki(x))

(∃x)(B(x) ∧￢K(x))

Contoh :

Misalkan B adalah himpunan bilangan bulat. Tentukan nilai kebenaran (∃x ∈ B)(x2=x).

(∃x ∈ B)(x2=x) dapat dibaca “Terdapat x yang adalah bilangan bulat dan x memenuhi x^2=x”. (∃x ∈ B)(x^2=x) akan bernilai benar jika dapat ditunjukkan paling sedikit ada satu bilangan bulat yang memenuhi x^2=x.

Misal x= -1, maka 〖-1〗^21 Tidak memenuhi

x= 1, maka 〖(1)〗^2=1 Memenuhi

Karena ada satu nilai yang memenuhi, yaitu x=1, maka pernyataan di atas bernilai benar.

Kuantor Ganda

Domain atau semesta pembicaraan penafsiran kuantor sangat penting untuk menentukan jenis kuantor yang akan digunakan serta mempengaruhi penulisan simbolnya. Misal pernyataan “Setiap orang mencintai Jogjakarta”

Selanjutnya, dapat ditulis simbolnya dengan logika predikat (∀x)C(x,j). Simbol tersebut dapat dibaca “Untuk semua y, y mencintai Jogjakarta”. Persoalan yang terjadi adalah domain penafsiran seseorang untuk y bias berbeda-beda. Ada orang yang menganggap y adalah manusia, tetapi mungkin orang lain menganggap y bisa mahluk hidup apa saja dan mungkin y bisa menjadi benda apa saja. Tentu saja domain penafsiran semacam ini kacau karena yang dimaksudkan pasti hanya orang atau manusia. Oleh karena itu, untuk memastikan bahwa domain penafsiran hanya orang, penulisan simbol harus diperbaiki seperti berikut :

(∀y)(O(y)⇒ C(y,j) )

Sekarang simbol tersebut dapat dibaca ”Untuk semua y jika y adalah orang, maka y mencintai Jogjakarta”.

Untuk menulis simbol yang tepat, memang harus menempatkan terlebih dahulu domain penafsiran karena domain penafsiran Sangat mempengaruhi penulisan dan sekaligus menghindari terjadinya ambiguitas. Contoh domain penafsiran yang bersifat umum antara lain manusia, binatang, tumbuh-tumbuhan, bilangan prima, bilangan asli, dan sebagainya, yang nantinya akan menggunakan kuantor universal. Akan tetapi jika tidak semuanya, misalnyabeberapa manusia, atau satu manusia saja, akan memakai kuantor yang berbeda yaitu kuantor eksisitensial. Untuk dua kuntor yang berbeda pada satu penulisan simbol yang berasal dari satu pernyataan dapat dilihat pada contoh berikut.

Misal “Setiap orang dicintai oleh seseorang”

Dengan notasi simbol logika predikat, akan ditullis seperti berikut

(∀x)(∃y)C(y,x)

Yang dapat dibaca ”Untuk semua x, terdapat y dimana y mencintai x”

X dan Y sebenarnya menunjuk domain penafsiran yang sama yaitu orang, dan pada simbol tersebut ternyata dibedakan. Penulisan tersebut lebih baik lagi jika bisa memakai variable yang sama. Maka pernyataan diatas secara lengkap dapat ditulis :

(∀x)(O(x)⇒ (∃x)(O(y)∧ C(y,x) ) )

Misal H(x)∶ x hidup , M(x)∶ x mati

(∀x)(H(x) ∨ M(x)) dibaca “Untuk semua x, x hidup atau x mati” Akan tetapi jika ditulisnya (∀x)(H(x)) ∨ M(x) maka dibaca “Untuk semua x hidup, atau x mati”. Pada “x mati”, x tidak terhubing dengan kuantor universal, yang terhubung hanya”x hidup”. Perhatikan penulisan serta peletakan tanda kurungnya. Sehingga umum, hubungan antara penempatan kuantor ganda adalah sebagai berikut :

(∀x)(∀y) P(x,y) ≡ (∀y)(∀x) P(x,y)

(∃x)(∃y) P(x,y) ≡ (∃y)(∃x) P(x,y)

(∃x)(∀y) P(x,y) ≡ (∀y)(∃x) P(x,y)

Ingkaran kalimat berkuantor ganda dilakukan dengan cara yang sama seperti ingkaran pada kalimat berkuantor tunggal.

￢[(∃x)(∀y) P(x,y)] ≡ (∀x)(∃y) ￢P(x,y)

￢[(∀x)(∃y) P(x,y)] ≡ (∃x)(∀y) ￢P(x,y)

Contoh:

Misal : “Ada seseorang yang mengenal setiap orang”. Untuk menentukan bentuk simbol nya.

1. Jadikan potongan pernyataan ”x kenal y”, maka akan menjadi K(x,y) yang berarti “ x kenal y”.
2. Jadikan potongan pernyataan ”x kenal semua y”, sehingga menjadi (∀y) K(x,y).
3. Jadikan pernyataan “ada x, yang x kenal semua y”, sehingga menjadi (∃x)(∀y) K(x,y)

# Daftar Pustaka

1. Firrar Utdirartatmo, Teori Bahasa dan Otomata, Graha Ilmu, Yogyakarta, Edisi 2, 2005.
2. Jonhson, Ricard, *Discrete Mathematics*. Prentice Hall Int, New Jersey, 2001
3. Sri Kusumadewi, Hari Purnomo, Aplikasi Logika Fuzzy, Graha Ilmu, Yogyakarta, 2004.
4. Klin, George J dan Tina A. Folger, Fuzzy Sets, *Uncertainty and Information*, Prentice Hall Int, New Jersey, 1998.
5. Sumarna, Elektronika Digital, Graha Ilmu, Yogyakarta, 2006.